

La influencia de Geogebra en la resolución de una tarea de cálculo del área de figuras planas por futuros profesores de primaria

José Antonio González-Calero (jose.gonzalezcalero@uclm.es)

Universidad de Castilla-La Mancha

David Arnau (david.arnau@uv.es)

Universitat de València

Antonio Martínez (antonio.mortiz@uclm.es)

IES Cristóbal Pérez Pastor - Tobarra (Albacete)

Este trabajo muestra algunos resultados de un estudio exploratorio diseñado para evaluar la influencia del entorno de trabajo en el éxito en la resolución de una tarea de cálculo del área de figuras planas. La tarea fue propuesta a alumnos del Grado de Maestro en Educación Primaria de la Universidad de Castilla-La Mancha (UCLM) en dos entornos de resolución diferentes: lápiz y papel y Geogebra. El análisis de las resoluciones mostró una tasa de éxito superior cuando los estudiantes resolvían la tarea en Geogebra.

Objetivo

El principal objetivo de la experiencia era determinar, en primer lugar, si la utilización de Geogebra tendría un efecto relevante en relación con el éxito de los estudiantes a la hora de abordar una tarea de cálculo de área de figuras planas en comparación con la tasa de éxito cuando la tarea es resuelta en lápiz y papel. En el caso de que se detectaran diferencias en los resultados entre ambos entornos, un segundo objetivo consistía en analizar las estrategias empleadas por los estudiantes en la resolución de la tarea y cómo éstas se veían modificadas en función del entorno de resolución,

La tarea

La Figura 1 muestra la tarea que se entregó a los estudiantes tanto en lápiz y papel como en Geogebra. De hecho, la figura corresponde a una captura de pantalla de la construcción de Geogebra que se entregó a los estudiantes durante la experiencia. La tarea había sido seleccionada atendiendo a distintos propósitos. En primer lugar, evitar una práctica bastante extendida en los manuales escolares de asociar las tareas de cálculo de áreas a figuras donde son dados el número imprescindible de dimensiones lineales y el estudiante sólo ha de aplicar una determinada fórmula asociada a la familia de las figuras en cuestión. Por otro lado, la tarea pretendía evaluar la capacidad de los estudiantes para relacionar áreas de distintas superficies mediante la descomposición geométrica de las figuras. Aunque, bien es cierto, que una estrategia válida para determinar el área del triángulo inscrito podría ser la determinación de las

dimensiones de sus lados y a partir de ahí, por ejemplo, la aplicación de la fórmula de Herón o la determinación de una de las alturas del triángulo, no se esperaba que los estudiantes optasen por esta vía. Básicamente, como consecuencia de que esta fórmula no es contenido de la asignatura y de que los estudiantes están poco familiarizados con la resolución de triángulos. Para acabar con los elementos considerados en el diseño de la tarea, indicar que las dimensiones del triángulo inscrito en el rectángulo perseguían evaluar la tendencia de los estudiantes a guiarse por su percepción visual y asumir sin verificación alguna que el triángulo es rectángulo.

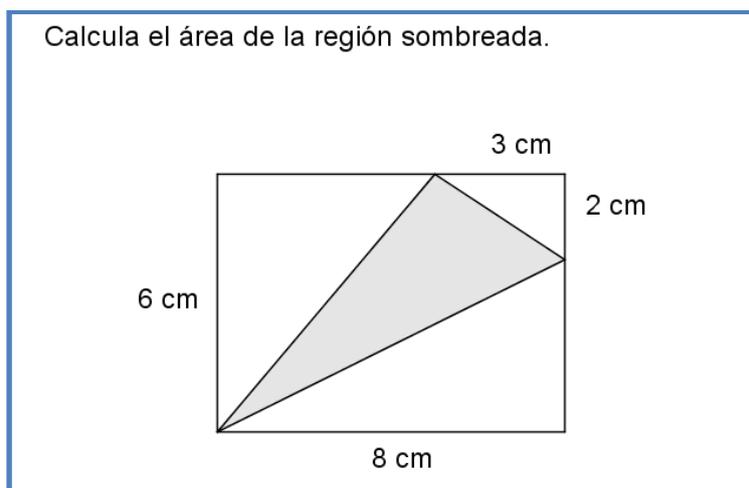


Figura 1. La tarea

Metodología

En la experiencia participó un grupo de estudiantes del Grado de Maestro en Educación Primaria de la UCLM. La resolución de las tareas tuvo lugar en el contexto de la asignatura Didáctica de la Geometría y la Medida que los estudiantes estudian en segundo curso. La elección del grupo respondió al objetivo de contar con estudiantes familiarizados con los contenidos y estrategias matemáticas necesarias para la resolución de la tarea planteada. De hecho, en el transcurso de la asignatura comentada los estudiantes habían resuelto tareas similares. Los estudiantes estaban familiarizados con el uso de Geogebra pues en la asignatura habían realizado diversos seminarios con dicha herramienta. El trabajo con los estudiantes se organizó en dos etapas:

- 1) Sesión 1 - Resolución de la tarea en lápiz y papel. Los estudiantes resolvieron la tarea de manera individual en lápiz y papel, permitiéndoseles el uso de calculadora, regla y compás, etc. en el caso de que lo estimasen conveniente.
- 2) Sesión 2 - Resolución de la tarea con la ayuda de Geogebra. En la sesión inmediatamente posterior a la de la realización en lápiz y papel, los estudiantes acudieron al aula de informática y resolvieron la misma tarea de manera individual. En este caso, los estudiantes además de recibir la tarea en una hoja de papel como el

primer día, también disponían de una construcción en Geogebra que reproducía exactamente el enunciado y la construcción geométrica del problema. A los estudiantes se les informó de que podían utilizar Geogebra como instrumento para la resolución del problema pero que, en último término, debían consignar en la hoja el planteamiento del problema. Al finalizar la sesión, los estudiantes entregaron la hoja con la resolución del problema.

Resultados

A la sesión 1 (lápiz y papel) asistieron 41 estudiantes mientras que a la sesión 2 lo hicieron 30 estudiantes. La Tabla 1 y 2 muestran el éxito y las estrategias utilizadas en la resolución de la tarea en lápiz y papel y en Geogebra, respectivamente.

Tabla 1. Resultados de las resoluciones en lápiz y papel.

| | Estrategia | Número de casos (%) |
|-------------------|--|---------------------|
| Correcta | Relación entre el área del rectángulo y los cuatro triángulos en los que es directa su descomposición. | 15 (36,59%) |
| Incorrecta | Asunción de que el triángulo inscrito sombreado es rectángulo. | 15 (36,59%) |
| | Asunción de que el triángulo inscrito sombreado es isósceles. | 3 (7,32%) |
| | Cálculo de una altura en el triángulo inscrito sombreado. | 3 (7,32%) |
| | Cálculo del perímetro en lugar del área. | 5 (12,20%) |

Tabla 2. Resultados de las resoluciones en Geogebra.

| | Estrategia | Número de casos (%) |
|-------------------------------|--|---------------------|
| Resoluciones correctas | Relación entre el área del rectángulo y los cuatro triángulos en los que es directa su descomposición. | 24 (80,00%) |
| | Cálculo de una altura del triángulo inscrito sombreado mediante la descomposición en | 1 (3,33%) |

dos triángulos rectángulos.

| | | |
|---------------------------------|--|------------|
| Resoluciones incorrectas | Asunción de que el triángulo inscrito sombreado es rectángulo. | 4 (13,33%) |
| | Asunción de que el triángulo inscrito sombreado es isósceles. | 1 (3,33%) |

Algunas conclusiones y próximos pasos

El análisis de los resultados obtenidos en la resolución en lápiz y papel evidencia notables dificultades en una tarea que, a priori, podría ser calificada como sencilla para estudiantes universitarios. La resolución de este problema ligado al cálculo de áreas ha puesto de manifiesto concepciones erróneas graves, conceptualmente relevantes desde el punto de vista de la formación matemática de futuros maestros. Por un lado se han detectado una tendencia a confundir el área y el perímetro. Esta dificultad, ampliamente investigada (véase, por ejemplo, Hirstein, Lamb y Osborne, 1978) es frecuente en estudiantes con poca experiencia práctica en los fundamentos espaciales de ambas ideas y con instrucción muy vinculada al uso de fórmulas para el cálculo de áreas y perímetros (Dickson, Brown y Gibson, 1991). Además, entre las resoluciones en lápiz y papel resulta llamativo el alto porcentaje de alumnos que consideraron que el triángulo era rectángulo, guiados, aparentemente, por su percepción visual. La consideración del triángulo como rectángulo también podría ser consecuencia de la fuerte inclinación a priorizar los métodos numéricos sobre los geométricos en la resolución de problemas de áreas (véase, por ejemplo, Turégano, 1994). En este estudio, se observó en un considerable número de estudiantes el impulso de aplicar el teorema de Pitágoras para, a partir de las dimensiones dadas en el enunciado, obtener las del triángulo inscrito. Tras ello, la estrategia de intentar calcular el área del triángulo a partir de los datos del mismo, en vez de tomando en consideración la relación con otras figuras de la construcción, parece más que accesible. En líneas generales, este tipo de actuaciones parecen ser el reflejo de una instrucción muy focalizada en la aritmetización del área (los métodos numéricos basados en fórmulas) en detrimento de estrategias visuales y operaciones geométricas sobre las figuras que faciliten la comprensión de la conservación del área.

Los resultados obtenidos cuando los estudiantes resolvieron el problema mediante la ayuda de Geogebra se caracterizan por una alta tasa de resoluciones correctas (ver Tabla 2). No obstante, es importante destacar que en las producciones escritas recogidas al finalizar la sesión en Geogebra, se observa como un notable número de estudiantes (12 de 30) calcularon las dimensiones de los lados del triángulo inscrito mediante el teorema de Pitágoras, aunque estos datos no los utilizaron posteriormente. Esto parece apuntar a que al igual a lo que sucede en lápiz y papel, también en Geogebra los estudiantes muestran inclinación a determinar el área del

triángulo inscrito a partir de dimensiones del mismo, involucrando rápidamente su repertorio de fórmulas. Lo que a nuestro juicio resulta de interés explorar es identificar qué características o herramientas de Geogebra han intervenido para que el estudiante recondujera su actuación hacia otra línea de resolución, más directa en este caso. Por ejemplo, algún estudiante reflejó haber medido los ángulos del triángulo inscrito haciendo uso de las herramientas de Geogebra, lo que le había permitido darse cuenta de que el triángulo inscrito no era rectángulo. Sin embargo, los datos recogidos en este trabajo exploratorio no nos permiten un análisis sistemático de las actuaciones de los estudiantes sobre el software y, por tanto, poder justificar los resultados obtenidos desde el marco del uso que hacen los estudiantes de Geogebra.

En consecuencia, la realización de un nuevo estudio de perfil cualitativo podrá aportarnos información sobre las estrategias que los estudiantes ponen en práctica cuando resuelven problemas de áreas en un entorno de geometría dinámica como Geogebra. Igualmente, en futuros trabajos, plantearemos un estudio de características similares al presente en el cual se invierta el orden de resolución en cada entorno, es decir, en primer lugar la tarea será resuelta en Geogebra y posteriormente, en lápiz y papel. Este planteamiento nos permitirá si se produce una transferencia natural de las estrategias correctas empleadas en Geogebra al entorno de lápiz y papel. Este punto reviste importancia desde el punto de vista didáctico pues aborda la cuestión de si un conocimiento construido en un entorno de resolución tecnológico es directamente extrapolable a lápiz o papel o si, por el contrario, se requiere una intervención específica para facilitar este tránsito.

Bibliografía

Dickson, L., Brown, M., y Gibson, O. *El aprendizaje de las matemáticas*. Cerdanyola, Editorial Labor. 1991.

Hirstein, J.J., Lamb, C.E., y Osborne, A. "Student misconceptions about area measure". *Arithmetic Teacher*, 25(6), 10-16. 1978.

Turégano, P. "Imágenes del concepto y estrategias que utilizan los estudiantes en la resolución de problemas de áreas". *Ensayos*, 9, 237-257. 1994.



www.sociedadelainformacion.com

Edita:



Director: José Ángel Ruiz Felipe

Jefe de publicaciones: Antero Soria Luján

D.L.: AB 293-2001

ISSN: 1578-326x