



## El modelo de barras, herramienta para la resolución de problemas aritméticos.

Arantzazu Fraile Rey (arantzazu.fraile@uah.es), Blanca Arteaga Martínez (blanca.arteaga@uah.es). Universidad de Alcalá.

### Resumen

El modelo de barras es una de las herramientas «estrella» para la resolución de problemas en las aulas de Educación Primaria en Singapur. País conocido por los buenos resultados de sus alumnos en las pruebas de evaluación internacionales sobre los resultados del aprendizaje escolar. A lo largo de este breve artículo mostraremos la potencia del modelo a partir de ejemplos concretos de problemas que se han trabajado con niños de segundo y tercer curso de Educación Primaria.

Mostramos también un breve marco teórico y los dos tipos básicos de modelos, el que representa las relaciones parte-todo y el que representa el problema mediante comparación. El proceso de resolución de problemas mediante el modelo de barras evidencia el grado de comprensión sobre el problema que tiene el alumno.

### El modelo de barras-Referencias Teóricas

El modelo de barras está alineado con el principio de aprendizaje Concreto-Pictórico-Abstracto (CPA) que es la clave del planteamiento pedagógico adoptado en el currículo de Singapur. La naturaleza pictórica del modelo es el puente entre lo concreto y abstracto que facilita la comprensión del problema y conduce hacia el universo abstracto de los números, los símbolos y la notación matemática. Está alineado con la teoría del aprendizaje de Jerome Bruner (Bruner, 1961): enactivo (concreto), icónico (pictórico) y simbólico (abstracto). Bruner señala que el aprendizaje significativo de un nuevo concepto requiere que este sea enseñado recorriendo cada una de estas etapas. Autores como Nesher, Greeno y Riley señalan que en el proceso de comprensión de los problemas de adición y sustracción existe un estadio en el que los niños integran los esquemas de parte-parte-todo y llegar a visualizar un «hueco» para la cantidad desconocida. El modelo de barras permite representar este esquema parte-parte-todo de forma precisa y flexible.

El modelo se puede introducir en los primeros años de Educación Primaria y usarse de forma sistemática hasta el primer ciclo de Educación Secundaria para trabajar problemas y conceptos relacionados con los números enteros, fracciones, razones y porcentajes. Permite el desarrollo y refuerzo del pensamiento multiplicativo y proporcional e introduce de forma sencilla el pensamiento preálgebraico que permitirá conducir a los alumnos hacia la comprensión, planteamiento y resolución de problemas algebraicos.

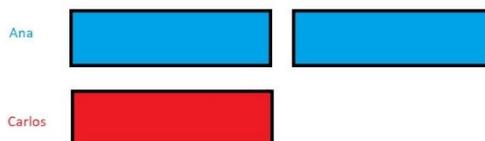
### Algunos problemas para ilustrar el modelo.

Problema:

Tengo quince caramelos que quiero repartir entre Ana y Carlos. Si quiero darle a Ana el doble de caramelos que a Carlos, ¿cuántos caramelos tengo de darle a cada uno de ellos?

En este problema se trabaja un reparto no equitativo. Se ha planteado a alumnos de tercer curso de Educación Primaria que no se han iniciado en el algoritmo de la división, se les facilitaron cubos encajables para abordar la fase manipulativa y tiras de papel para iniciarse en la fase pictórica. En el problema se conoce el número total de elementos, pero el alumno desconoce a priori el número de grupos que debe configurar y la cantidad de elementos que tendrá en cada uno de estos grupos con la salvedad de que uno de los grupos debe contener el doble de elementos que el otro.

Una de las posibles representaciones gráficas que podemos emplear para describir la situación de este problema es la se muestra en la figura 1:



Esta representación gráfica ayuda al alumno no solo a visualizar la situación sino a decidir cómo proceder para resolver el problema y qué operaciones aritméticas son las más idóneas.

Los modelos de barras son representaciones gráficas, en concreto rectángulos que representan cantidades. En el caso concreto de nuestro ejemplo representan la cantidad de caramelos que le corresponde a cada uno de los protagonistas del problema.

Sabemos que a Ana le corresponden el doble de caramelos que a Carlos, pero también sabemos que en total hay 15 caramelos como podemos observar en la figura 2:



El alumno ya solo tiene que determinar qué cantidad de caramelos es la representada por cada uno de los rectángulos. Y por tanto cuántos caramelos le corresponden a cada uno de los niños.

El modelo no hará los cálculos por el alumno, el modelo le ayuda a hacer una buena representación gráfica del problema, a representar la situación inicial y a partir de ella decidir qué operación hacer.

### ¿Cómo introducir el modelo en las aulas de primaria?

En el trabajo de resolución de problemas, siguiendo las directrices de Bruner, es crucial iniciarse con representaciones concretas. Planteamos a alumnos de segundo de Educación Primaria el siguiente problema:

Cuatro amigos tienen cada uno 3 euros y quieren comprarse un balón que cuesta 17 euros, ¿cuánto dinero les falta?

Los niños disponían de monedas, cubos encajables y tiras de papel para resolver el problema. Las secuencia y fases trabajadas se muestran en la figura 3.

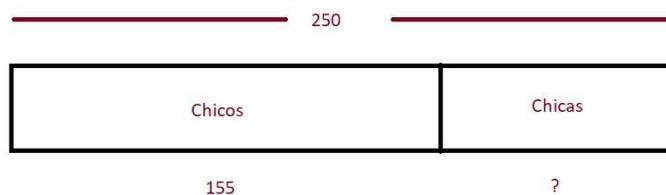
Concreto	
Agrupamos el material concreto	
Representación pictórica	
Modelo de barras para representar los datos	
Modelo de barras para representar el problema	

El problema se trabajará a partir de material concreto. Una vez que los niños han aprendido a representar problemas verbales con material concreto, la siguiente etapa es reemplazar los objetos «reales» por objetos que representan lo que se está discutiendo, en este caso las monedas serán reemplazadas por cubos encajables. El siguiente paso nos mueve de la etapa concreta a la pictórica: se reproduce en un dibujo la situación cuidando de establecer una relación uno a uno entre los cubos encajables y las unidades representadas en el dibujo. Y por último se representan cada uno de los datos por una barra rectangular. En el tránsito de la representación pictórica al modelo de barras nos podemos ayudar de tiras de papel.

En este problema se trabaja el modelo de «comparación» que nos permite dar respuesta a la «¿cuál es la diferencia?»

Trabajamos a continuación un ejemplo «parte-parte-todo»

250 adolescentes asisten a un concierto. Si asistieron 155 chicos, ¿cuántas chicas vieron el concierto?



El modelo muestra claramente que el número de chicos + el número de chicas es igual al total de adolescentes que han asistido al concierto y que conocido el total y una de las partes se puede determinar, en este caso mediante una resta, la cantidad que corresponde a la parte desconocida.

### Conclusiones

La forma en que este modelo estructura visualmente las cantidades y las relaciones entre ellas permite al alumno reconocer cuales son las operaciones que debe realizar.

Para implementar con éxito el modelo en un aula, es necesario en primer lugar una cuidada formación por parte del maestro y el trabajo bien pautado desde la fase concreta a la abstracta.

El modelo permite también la introducción al pensamiento pre-algebraico, como pondremos de manifiesto durante la sesión presencial del congreso.

### Bibliografía

Bruner, J.S. (1961) "The act of Discovery". Harvard Educational Review, 31, pp. 21-32

Nesher, P., Greeno, J.G., Riley, M.S. (1982). "The development of semantic categories for addition and subtraction". Educational Studies in Mathematics, 13, pp. 373-394

[Blanca Arteaga Martínez](#), licenciada en CC. Matemáticas y doctora en CC. de la Educación. En la actualidad profesora ayudante doctora en la Universidad de Alcalá, en el área de Didáctica de las Matemáticas. He trabajado como docente en todos los niveles educativos, desde infantil a la universidad, algo que me ha hecho crecer como persona, como docente y a tener ganas de aprender a cada instante. <http://lasmatesdemama.blogspot.com.es/>

[Arántzazu Fraile Rey](#), licenciada en CC. Físicas, Máster en Docencia Universitaria. Profesora visitante en el departamento de Física y Matemáticas de la UAH, ha impartido docencia en Educación Secundaria, en los Grados de Ingeniería en Sistema de Telecomunicación y Grado en Química, en la actualidad y desde hace cinco años imparte docencia en las áreas de Didáctica de las Matemáticas y Matemáticas para la formación de Maestros en los grados de Educación Primaria, y Doble Grado de Humanidades y Educación Primaria y centra su labor investigadora en la resolución de problemas matemáticos en Educación Primaria.