Geogebra para futuros profesores de primaria: experiencias en el aula.

Arantzazu Fraile (arantzazu.fraile@uah.es), Alberto Lastra (alberto.lastra@uah.es).
Universidad de Alcalá.

Resumen:
Este artículo tiene como objetivo presentar una experiencia sobre Didáctica de la Geometría llevada a cabo en la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Alcalá de Henares, campus de Guadalajara con alumnos del curso de Adaptación a Grado en Magisterio de Educación Primaria, asignatura de complementos formativos para la enseñanza de la matemática en educación primaria.

Nuestros objetivos:

1. Introducir a los profesores de primaria en el mundo de la geometría dinámica de la mano de un herramienta de dominio público.

2. Trabajar los principales conceptos geométricos del currículo de primaria con esta herramienta para demostrar que nos permitirá:

    a. trabajar en la compresión de los conceptos

    b. manipular y confrontar las concepciones previas con los resultados experimentales

    c. presentar la validez de la comprobación frente a la demostración (ahondar en las capacidades de abstracción y generalización)

    d. trabajar el razonamiento geométrico

3. Diseño de problemas geométricos y su corrección dentro del currículo. Utilizar Geogebra como herramienta de apoyo, siempre dentro del marco del currículo de primaria, aunque en este curso hemos trabajado especialmente problemas relacionados con el razonamiento geométrico para nuestros alumnos.

4. Establecer relaciones y comprobar conjeturas.

5. Presentar diversos modos de trabajar con esta herramienta en el aula (con un cañón y el apoyo de una PDI manipulando figuras y ejercicios ya creados o contrayéndolos sobre la marcha) o en el aula de ordenadores permitiendo al alumno de primaria que construya sus propias figuras o manipule las ya preparadas.

6. Dar a conocer páginas con recursos.

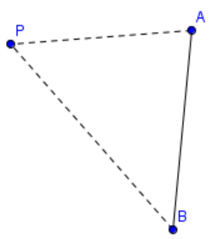
Metodología

Para ello hemos diseñado una "estructura de laboratorio" en el aula de ordenadores enfocada a las actividades de "construcción de conceptos" y resolución de problemas,

todos ellos dentro del campo de la geometría sintética (no haremos uso de coordenadas, aunque a los alumnos les indicaremos la existencia de la ventana algebraica y del campo de entradas como herramientas para analizar sus dudas y cuestiones) .
Los alumnos se han organizado por parejas y tras una breve y somera explicación del interfaz se ha pedido a los alumnos la construcción de sencillas figuras geométricas. No hemos elaborado fichas guiadas para facilitar la "exploración y manipulación y toma de contacto con el material". Posteriormente se trabajaran los problemas planteados en una hoja en la que se les invita a resolver los problemas tanto con regla, compás, lápiz y papel y Geogebra (justificar aquí la necesidad de trabajar con regla y compás y analizar las facilidades que permite de cara a la generalización el programa). En estas hojas hemos trabajado los siguientes conceptos:

- Triángulos. Clasificación. Puntos y recta notables
- Cuadriláteros. Clasificación.
- Concepto de polígono. Clasificación. Elementos de un polígono
- Notación
- Ángulos
- Circunferencia. Partes de una circunferencia.
- Posiciones relativas.
- Simetrías. Movimientos. Ejes de simetría
- Razonamiento por inducción.

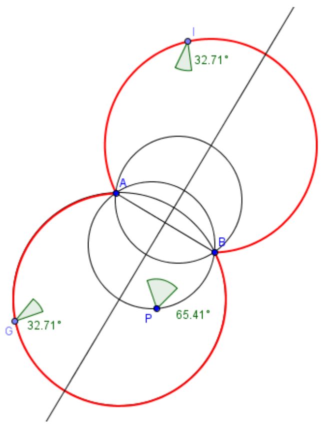
Descripción de las actividades
A modo de ejemplo, y por no cargar la comunicación de detalles relatamos una de las actividades tratadas a lo largo del curso, así como las principales dudas surgidas y métodos de resolución que han abordado.
Enunciado del problema: Dibuja el conjunto de puntos X para los que $\angle AXB = \frac{1}{2}\angle APB$.



De las 18 tareas enviadas, se han encontrado las siguientes respuestas correctas, la primera de ellas es una solución parcial:

1.-Se traza la bisectriz del ángulo APB y se traza una paralela a ésta por A, a la que llamamos r. Por otro lado, se traza una paralela al segmento AP por B, a la que llamamos s. El ángulo que se proyecta sobre el segmento AB desde el punto de corte de r y s es un punto X cumpliendo la propiedad del enunciado. La razón reside en que se han trazado paralelas a las semirrectas que conforman una de las bisectrices del ángulo APB, por lo que el ángulo que se obtiene es la mitad del ángulo APB. Estas paralelas son elegidas de forma que los puntos A y B pertenezcan a éstas de forma adecuada. Sin embargo, con esta construcción se obtienen sólo dos de los puntos que solucionan la actividad. (1 vez)

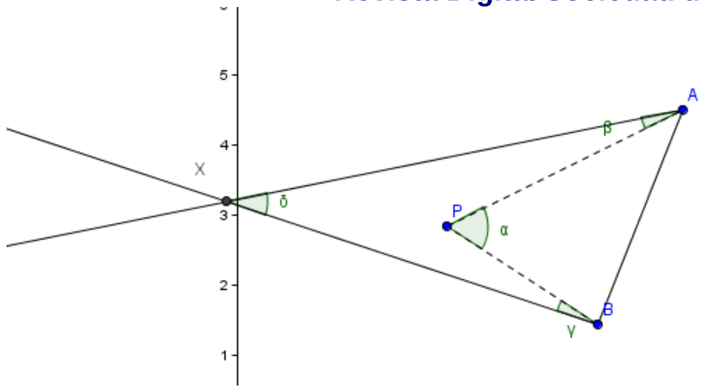
2.- Se dibuja la única circunferencia que pasa por A, B y P. Todos los puntos Y de dicha circunferencia cumplen que el ángulo AYB tiene el mismo valor, es decir, el valor del ángulo APB. En particular, el punto de corte de la mediatriz de AB con esta circunferencia, y que está al mismo lado de la recta que pasa por A y B que el punto P. Llamaremos a este punto P' y a su simétrico con respecto al segmento AB lo llamaremos P''. Todos los puntos en la circunferencia con centro P' (resp. P'') y que pasa por el punto A, y que se encuentran en el mismo semiplano que el punto P (resp. en distinto semiplano que P), cumplen que el ángulo con que se ve el segmento AB desde estos puntos es la mitad que el ángulo APB. Esto es una aplicación del arco capaz.
Ha aparecido una variante de este método entre las entregas en la que la primera parte de la construcción es la misma que la solución parcial.
(3 veces)



3.- Otra solución basada en la construcción del arco capaz es la siguiente: Se busca un punto C que cumpla que el ángulo CAB mida la mitad que el ángulo APB. Se traza la perpendicular a AC por A. El corte de esta perpendicular con la mediatriz del segmento AB será el centro del arco capaz buscado. (1 vez)

4.- Una solución parcial interesante es la siguiente. Se basa en el hecho de que la suma de los ángulos de un triángulo vale $180°$. Se calcula la bisectriz del ángulo APB dos veces, de forma que se obtiene la medida del ángulo inicial entre cuatro, Se traza una recta desde A (resp. desde B) con inclinación dada por este ángulo desde el segmento PA (resp. PB), de forma que esta recta quede fuera del triángulo APB. El punto de corte de ambas rectas proporciona una solución puntual X al problema. (1 vez)

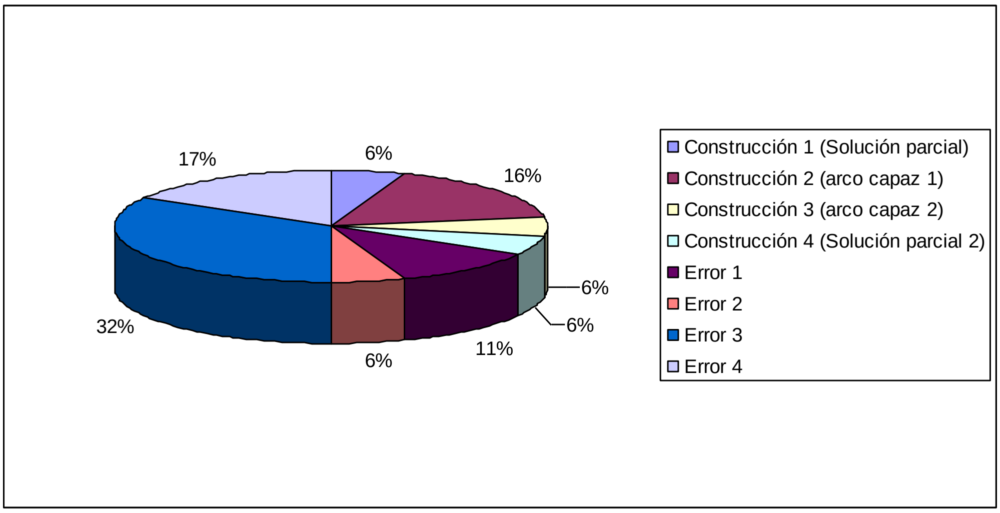
En la figura a continuación se ha realizado la construcción descrita. Se tiene que $\alpha + x + y = 180°$, siendo x (resp. y) el ángulo PAB (resp. PBA). Por otro lado, $\delta + \alpha/4 + x + \alpha/4 + y = 180°$. De ambas ecuaciones se tiene que $\delta = \alpha/2$, por lo que X es un punto solución al problema.



Observación: En algunos casos, se han realizado construcciones erróneas de puntos X que no han sido comprobadas por no cumplir la propiedad del enunciado. (2 veces)

Errores observados:
1.- Algún alumno utiliza el arco capaz para su solución pero lo hace de forma errónea. (1 vez)
2.- Algunos alumnos, tras plantear el enunciado con Geogebra se limitan a buscar puntos aislados X con la propiedad deseada. (6 veces)
3.- En ciertas entregas, los alumnos suponen que P se encuentra en la mediatriz del segmento AB, de forma que simplifican la construcción. (3 veces)

Resumen estadístico:



Métodos de evaluación
Al tratarse de una propuesta didáctica con estructura de laboratorio deberíamos recoger información sobre la dinámica de las parejas y de cada alumno en particular, debido a la escasez de tiempo se pidió a los alumnos que subieran las diferentes tareas a la plataforma virtual adjuntando a cada una de ellas el detalle narrado de su interpretación del problema y la solución propuesta así como de la dinámica de construcción.

Evaluación de la propuesta

Para evaluar la propuesta realizada se realizó una encuesta mediante la herramienta Moodle. La respuesta por parte de los estudiantes a dicha encuesta se realizó una vez terminada la actividad, de forma individual y anónima, buscando la sinceridad del alumno. Analizando las respuestas a dicha encuesta podemos extraer alguna conclusión: que los contenidos tratados han sido adecuados, tratados de forma coherente y siguiendo un orden lógico y natural, adecuándose al proceso de enseñanza-aprendizaje. Sin embargo, los alumnos echaron en falta algo de tiempo para dedicarlo a la realización de las actividades y a las explicaciones del profesor. Aunque la herramienta Geogebra era desconocida para la mayoría, se destaca su facilidad de manejo y lo intuitivo de su funcionamiento.

En casi la totalidad de los encuestados, hay un sentimiento positivo hacia Geogebra y pretenden continuar usándolo en su futura docencia, siendo esta experiencia como forma de enseñar la geometría muy valorada entre todos ellos.

Conclusiones

Los contenidos hemos intentado ordenarlos siguiendo un esquema lógico-deductivo pero tan pronto era necesario abandonar la secuencia lineal establecida en los programas de enseñanza tradicional se invitaba al alumno a hacerlo para facilitar la necesidad de nuevos conceptos y conocimientos como respuesta a los problemas y situaciones concretas.

Las actividades planteadas son sencillas y no se necesita mucho tiempo para resolverlas pero si requieren de poner en marcha mecanismos de deducción y exploración a los que no están acostumbrados. Surgen así preguntas tan interesantes como y observaciones como:

- descubrir que la geometría no es el cálculo del perímetro y el área.
- el miedo a manipular y explorar
- la escasa destreza en la manipulación de las herramientas básicas (una gran parte de nuestros alumnos confesó no tener un compás ni un juego de reglas en casa)
- la tendencia a dar un valor numérico concreto a toda situación tanto de medida como de cálculo
- las dificultades para abstraer y generalizar.

Bibliografía

Agustín Carrillo (2009): *Geogebra.* RA-MA

Thomas H. Parker, Scott J. Baldrige (Agosto 2008): *Elementary Geometry for teachers.* Sefton-Ash Publishing, USA.

Revista Digital Sociedad de la Información

SOCIEDAD DE LA INFORMACION

www.sociedadelainformacion.com

Edita:

Director: José Ángel Ruiz Felipe
Jefe de publicaciones: Antero Soria Luján
D.L.: AB 293-2001
ISSN: 1578-326x